

# 三锥体的光线跟踪动态仿真

龚 圳<sup>a</sup>, 贾晓坤<sup>b</sup>, 宫彦军<sup>a</sup>, 陈勇国<sup>b</sup>, 史小飞<sup>c</sup>

(湖南科技学院 a. 智能制造学院; b. 土木与环境工程学院; c. 图书馆, 湖南 永州 425199)

**摘 要:** 在个人通信以及移动通信环境中, 光线跟踪是预测无线电波传播特性的常用技术, 光线跟踪算法是真实感图形生成中最好的方法并且也能用于光散射特性的计算。把光线抽象为射线, 基于射线方程和三锥体表面方程计算射线与三锥体侧面的交点, 如果光线与三锥体相交, 离光线发射点最近的点, 就是射线与三锥体的交点, 得到交点, 可以计算折射光线和反射光线。对三锥体的光线跟踪算法的设计, 不同参数下的三锥体的光线跟踪的结果表明: 仿真程序能够准确地模拟出光线在三锥体外面和内部的传播过程, 设计的三锥体光线跟踪算法是正确的。

**关键词:** 光线跟踪; 三锥体; 仿真; 折射; 反射; 几何光学

**中图分类号:** O435.1; TP391.9

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1672-8173.2023.02.017

开发的三锥体的光线跟踪仿真程序, 能模拟光线跟踪的过程, 为计算三锥体的光散射和激光在大气中的传输奠定基础, 对预测无线通信电波传播路径研究具有实际意义, 对基于光线跟踪理论的无线网络规划、医学透射有重要的指导意义。Yang 等<sup>[1]</sup>通过光线跟踪研究非球形粒子的光散射。Zhang 等<sup>[2]</sup>利用光线跟踪的方法对棱晶粒子进行研究。Gong 等<sup>[3]</sup>利用光线跟踪对椭球粒子的光学散射特性进行了研究。Ezell 等<sup>[4]</sup>利用立体视图对的方法, 分别利用全光线追踪和重投射生成左右视图。1993 年, Adelson 等<sup>[5]</sup>提出重新投射点和左边的像素在同一高度上时, 就可以逐行地进行立体光线跟踪。1997 年, Ip 等<sup>[6]</sup>提出了利用穿过视点的辐射面来划分物体空间, 从而进一步减少了射线追踪和再投射的相交测试范围。孙敏远等<sup>[7]</sup>提出的基于 OptiX 光线跟踪引擎和 NVIDIA 图形处理器 (GPU) 的光线跟踪全息图生成算法, 加快了全息图的计算速度。自由立体显示技术的发展受限于多视角图形的绘制运算量, 运算量大且生成速度慢; 在自由立体显示器中, 常用的一些周期性光学元件与液晶显示器中的周期性结构互相重叠时, 显示系统整体中会产生摩尔纹, 显示器的显示效果会因此受到影响。针对这两个问题曾晗琦<sup>[8]</sup>提出使用光线跟踪技术对三维内容生成进行了加速, 并对摩尔纹进行了仿真。为了更加真实且符合物理规律的尾焰图像实际需求, 戴文聪<sup>[9]</sup>分析流场仿真技术手段和辐射传输解算模型的研究现状, 借此提出一种结合光线跟踪思想的飞行器尾焰图像仿真方法。为了解决目前三维云模拟绘制效率低、计算资源消耗大、绘制效果差等问题, 郑义等<sup>[10]</sup>提出基于八叉树邻域分析的光线跟踪算法, 并用于 WRF 模式云数据的三维模拟。本文根据几何光学理论、光线跟踪原理以及计算机编程理论, 对不同参数的三锥体进行光线跟踪模型的设计, 研究三锥体的光线跟踪; 通过 C++ 设计光线在三锥体上的跟踪算法, 计算光线在三锥体上传播的相关数据, 通过 OpenGL 进行三锥体模型和光线跟踪过程的显示, 给出多种情况下的光线跟踪仿真结果, 最终设计能够模拟光线在不同参数的三锥体上跟踪轨迹的仿真程序。

## 1 三锥体的光线跟踪算法设计

### 1.1 三锥体的表面方程

三锥体由圆台、圆柱和圆锥三部分组成 (见图 1), 三锥体的几何参数为: 圆台高度  $h_0$ , 圆台半锥角  $\alpha$ ,

收稿日期: 2022-11-11

基金项目: 湖南省大学生创新创业训练计划项目 (湘教通 [2022] 174 号, No.4218); 国家自然科学基金项目 (60371020)

作者简介: 龚圳 (1999—), 男, 湖南益阳人, 电子信息工程专业本科生, 研究方向: 光电信息处理; 通信作者: 宫彦军 (1969—), 男, 吉林公主岭人, 教授, 博士, 研究方向: 目标与环境的电磁散射与光散射特性、电磁 (光) 波传播与散射及遥感图像分析与处理的研究。

圆柱半径  $r$ , 圆柱高度  $h_1$ , 圆锥高度  $h_2$ , 则三锥体高度  $h=h_0+h_1+h_2$ 。本文研究的是光线跟踪仿真,  $\alpha$  的单位为  $(^\circ)$ ,  $h_0$ 、 $r$ 、 $h_1$ 、 $h_2$  这 4 个几何参量的单位可以是 m、mm、km 等任意长度单位, 只要统一即可。

设计三锥体的光线跟踪算法, 首先要得出三锥体的表面方程, 坐标系的原点在圆台的底面的圆心处, 三锥体的轴为  $Z$  轴, 由于三锥体对于  $Z$  轴是旋转对称的, 选一个与  $Z$  轴垂直的为  $X$  轴, 坐标系为右手坐标系,  $Z$  轴、 $X$  轴定下来,  $Y$  轴也就定下来。三锥体的侧面方程为

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= az^2 + bz + c \\ x^2 + y^2 &\leq (r + h_0 \tan \alpha)^2, z = 0 \quad (\text{下底面}) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$



图1 三锥体示意图

式中的  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为

$$\left. \begin{aligned} a &= \tan^2 \alpha, b = -2(h_0 \tan \alpha + r) \tan \alpha, c = (h_0 \tan \alpha + r)^2 \quad (0 \leq z \leq h_0) \\ a &= 0, b = 0, c = r^2 \quad (h_0 < z \leq h_0 + h_1) \\ a &= \left(\frac{r}{h_2}\right)^2, b = -2h\left(\frac{r}{h_2}\right)^2, c = \left(h\frac{r}{h_2}\right)^2 \quad (h_0 + h_1 < z \leq h) \end{aligned} \right\}。$$

## 1.2 光线与三锥体相交的判断

### 1) 与侧面相交的判断

研究光线跟踪, 把光线抽象为一条射线, 射线由端点和方向矢量来表征, 设光线发射点的矢量为  $u=(u_x, u_y, u_z)$ , 设光线的传播方向的单位矢量为  $e=(e_x, e_y, e_z)$ , 射线上点  $p$  为

$$p = u + le \quad (l \geq 0), \quad (2)$$

式中:  $l$  表示射线上的点  $p$  距离射线端点  $u$  的距离, 既然是射线上的点,  $l$  就要大于等于 0。

仿真三锥体的光线跟踪, 就是从三锥体的外面发射一条光线, 首先判断光线是否与三锥体相交, 如果相交, 就会产生 2 条光线, 一条反射光线、一条折射光线 (如果存在全反射, 那只有反射光线, 后面提到产生 2 条光线, 不包含全反射情况, 如果是全反射, 其中折射光线就不存在)。反射光线如果与三锥体相交, 又产生 2 条光线; 折射光线, 在三锥体内部传播, 又产生 2 条光线, 以此类推, 实现光线在三锥体内部跟踪动态仿真。仿真重点是解决光线与三锥体表面相交的判断, 如果相交, 计算交点, 根据反射定律和折射定律, 计算反射光线和折射光线。

把式 (1) 和式 (2) 联立求解  $l$ 。光线上的点  $p=(p_x, p_y, p_z)$ , 则

$$p_x = u_x + e_x l, \quad p_y = u_y + e_y l, \quad p_z = u_z + e_z l \quad (l \geq 0). \quad (3)$$

再把式 (3) 代入式 (1) 得

$$\left. \begin{aligned} (e_x^2 + e_y^2 - ae_z^2)l^2 + (2u_x e_x + 2u_y e_y - 2au_z e_z - be_z)l + u_x^2 + u_y^2 - au_z^2 - bu_z - c &= 0 \\ 0 \leq |u_z + e_z l| \leq h, l > 0 \end{aligned} \right\}。 \quad (4)$$

把式 (4) 修改为

$$\left. \begin{aligned} Al^2 + Bl + C &= 0 \\ 0 \leq |u_z + e_z l| \leq h, \quad l > 0 \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

式中:  $A = (e_x^2 + e_y^2 - ae_z^2)$ ,  $B = (2u_x e_x + 2u_y e_y - 2au_z e_z - be_z)$ ,  $C = u_x^2 + u_y^2 - au_z^2 - bu_z - c = 0$ 。

### 2) 与底面相交的判断

与底面相交的判据式为

$$u_z + e_z l = 0, \quad p_x = u_x + e_x l, \quad p_y = u_y + e_y l, \quad p_x^2 + p_y^2 \leq (r + h_0 \tan \alpha)^2, \quad l > 0. \quad (6)$$

若存在满足式 (4) 和式 (6) 的  $l$ , 则说明光线与三锥体相交, 找到最小的  $l$ , 代入式 (3) 得到交点  $p$ 。

### 1.3 反射光线、折射光线与入射光线、法线的关系

入射光线传播方向的单位矢量为  $e$ , 法线方向的单位矢量为  $n$ , 三锥体的折射率为  $N$ , 三锥体所在空间的折射率为  $N_0$ , 反射光线的单位矢量方向为  $e_r$ , 折射光线单的单位矢量方向为  $e_t$ , 根据反射定律,  $e_r$  为

$$e_r = e - 2(e \cdot n)n, \quad (7)$$

式中,  $n = (2x, 2y, -2az - b) / [4x^2 + 4y^2 + (2az + b)^2]$ 。

根据折射定律计算  $e_t$ 。如果光线在三锥体的外面, 则

$$e_t = N_0 / N \{ e - (e \cdot n)n - [(N / N_0)^2 + (e \cdot n)^2 - 1]^{1/2} n \}. \quad (8)$$

这里  $(N / N_0)^2 + (\hat{e} \cdot \hat{n})^2 - 1 > 0$ , 如果  $N_0 > N$ , 存在全反射, 当  $(N / N_0)^2 + (\hat{e} \cdot \hat{n})^2 - 1 < 0$ , 发生全反射, 这里给出的是普遍的结果。如果光线在三锥体里面, 则

$$e_t = N / N_0 \{ e - (e \cdot n)n - [(N_0 / N)^2 + (e \cdot n)^2 - 1]^{1/2} n \}. \quad (9)$$

这里  $(N_0 / N)^2 + (\hat{e} \cdot \hat{n})^2 - 1 > 0$ , 如果  $N > N_0$ , 存在全反射, 当  $(N_0 / N)^2 + (\hat{e} \cdot \hat{n})^2 - 1 < 0$ , 发生全反射, 这里给出的是普遍的结果。

## 2 光线跟踪动态仿真测试结果

三锥体光线跟踪的参数: 光线、三锥体、空间折射率、三锥体折射率。三锥体的几何参数:  $h_0, \alpha, h_1, r, h_2$ 。光线的发射点用  $u$  表示, 传播方向由传播方向在坐标系中的天顶角  $\theta$ 、方位角  $\varphi$  决定。空间折射率  $N_0$ 。三锥体折射率  $N$ 。跟踪深度用  $D$  表示。本文  $N_0=1$ , 固定不变。

### 2.1 相交与不相交测试

$u=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $N=1.3$ 、 $D=9$ , 不同  $\varphi$  的光线跟踪结果见图 2。

图 2(a) 中光线与三锥体没有相交, 图 2(b) 中光线与三锥体相交, 由图 2 显示的结果可知: 本文的光线跟踪算法能正确地完成光线与三锥体是否相交的判断。图 2 中  $D=9$ , 由图 2(b) 可知: 光线与三锥体碰撞 9 次结束, 这里的跟踪深度是光线与三锥体的碰撞次数。

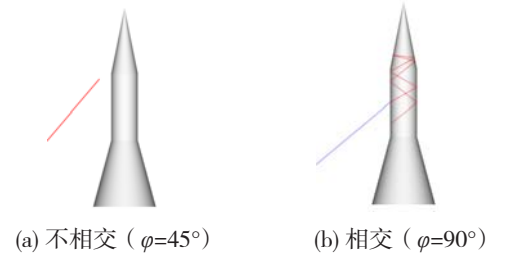


图 2 相交与不相交

### 2.2 入射光线的影响

#### 2.2.1 光线入射位置 $u$ 的影响

$\theta=50^\circ$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ , 不同入射位置  $u$  的光线跟踪结果如图 3(a) ~ (d) 所示。

由图 3 可知: 改变光线发射点  $u$ , 光线跟踪结果可能发生变化, 这 4 个光线跟踪结果有 2 个不相交 (图 3(b) 和 (c)), 2 个相交 (图 3(a) 和 (d))。从图 3(a) 和 (d) 可知: 跟踪深度为 9, 光线与三锥体的碰撞次数为 9。

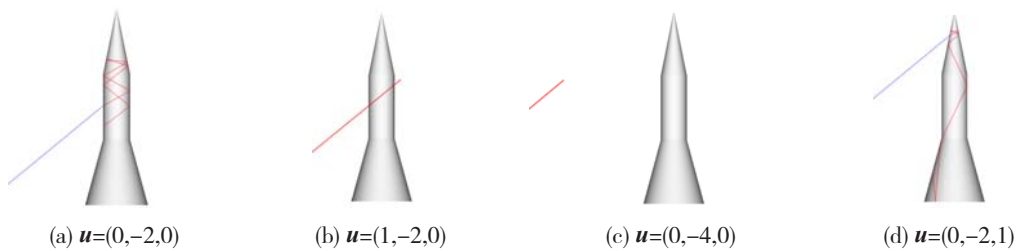


图 3 不同  $u$  的光线跟踪结果

## 2.2.2 传播方向的影响

2.2.2.1 天顶角  $\theta$  的影响

天顶角分别取  $40^\circ$ 、 $50^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $70^\circ$  时光线第一次与三锥体表面接触位置不同, 这将直接影响后续光线跟踪的结果, 形成不同的光线跟踪过程。 $\mathbf{u}=(0,-2,0)$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ , 不同天顶角  $\theta$  的光线跟踪结果见图 4。

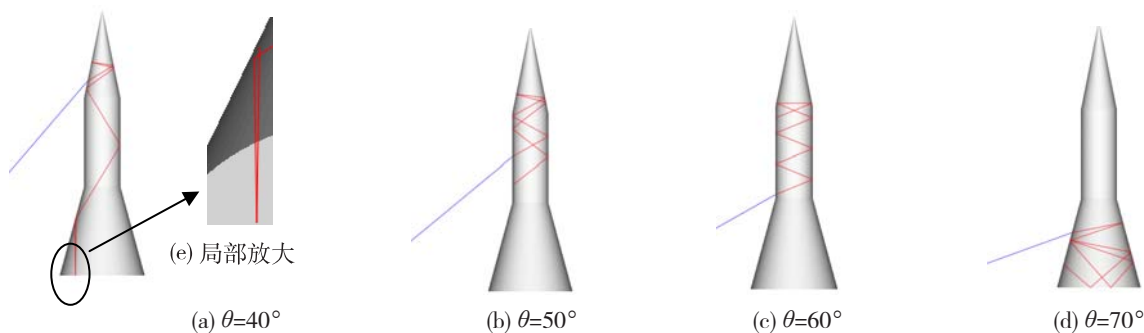
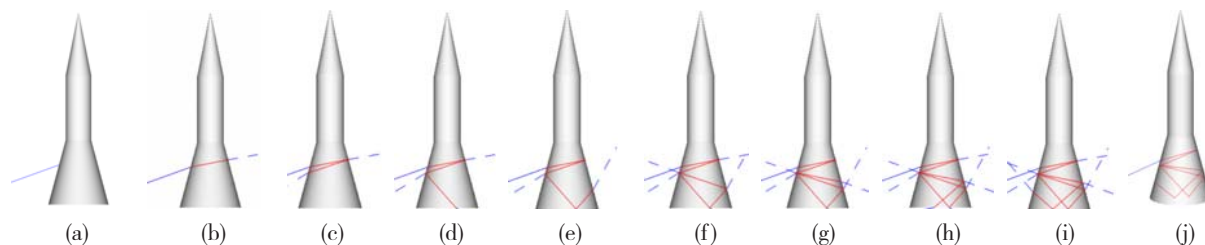
图 4 不同天顶角  $\theta$  的光线跟踪结果

图 4(a) 中因为第 8 次碰撞的光线几乎是垂直于底面入射, 所以看似显示的碰撞次数为 8, 第 9 次碰撞的光线与第 8 次的光线几乎重合, 放大显示仿真结果如图 4(e) 所示, 可以看到第 9 次碰撞的光线, 能看到几乎重合的 2 条光线。图 4(b) 和 (c) 的碰撞次数明显看出是 9 次。图 4(d) 给出的结果, 由于光线传播过程中碰撞点存在几乎重合的情况, 具体的传播不太清晰。图 4(d) 光线跟踪条件 ( $\mathbf{u}=(0,-2,0)$ 、 $\theta=70^\circ$   $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ ) 的光线跟踪的第 1 ~ 9 次碰撞的动态过程如图 5 所示。图 5 可以清晰地看到光线在三锥体内部的传播过程。图 5 中的虚线是存储的光线, 对这些光线再进行跟踪时, 没有与三锥体相交, 继续跟踪时就不显示了, 正如图 5(j) 所示。



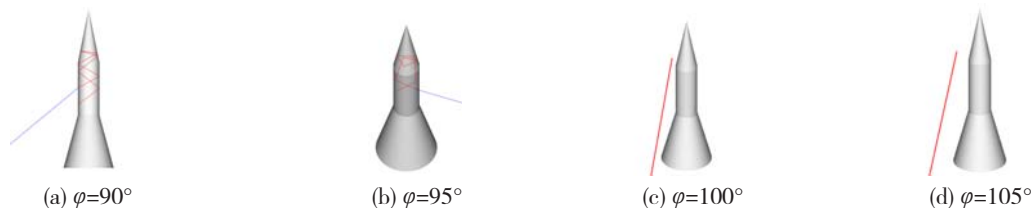
(a) ~ (i) 分别为第 1 ~ 9 次碰撞; (j) 为光线跟踪结束

图 5 光线跟踪动态过程

2.2.2.2 方位角  $\varphi$  的影响

$\mathbf{u}=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ , 不同方位角  $\varphi$  的光线跟踪结果如图 6 所示。

图 6(a) 和 (b) 显示光线的碰撞次数为 9。图 6(c) 和 (d) 中光线没有与三锥体相交。改变方位角  $\varphi$ , 光线的跟踪结果可能会发生改变。

图 6 不同方位角  $\varphi$  的光线跟踪结果



### 2.3 跟踪深度 $D$ 的影响

图 7 给出在不同跟踪深度  $D$  下的光线跟踪结果。 $u=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $N=1.3$ ,  $D$  分别为 20、30、40、50 的光线跟踪结果见图 7,  $D$  为 50 时的光线跟踪过程见图 8。

从图 7 给出的结果来看, 程序实现了对三锥体的不同跟踪深度的光线跟踪模拟, 这里的跟踪深度是指光线传播过程中与三锥体的碰撞次数。在光线跟踪过程中, 实线为光线传播过程的光线。光线第一次与三锥体相交, 存储反射光线, 跟踪折射光线, 折射光线进入三锥体内部, 与三锥体相交, 产生折射光线和反射光线, 跟踪反射光线, 存储折射光线, 以此类推, 直到达到指定的跟踪深度, 结束这条光线的跟踪。然后取出光线, 继续跟踪, 产生新的折射光线和反射光线, 如果光线在三锥体内部, 跟踪反射光线, 存储折射光线, 如果光线在三锥体外部, 跟踪折射光线, 存储反射光线。当一条光线与三锥体的碰撞次数达到跟踪深度, 结束本条光线跟踪。取出光线继续跟踪, 直到存储的光线条数变为 0 截止, 每次具体跟踪的结束是碰撞次数达到跟踪深度。 $D$  分别取 20、30、40、50 时, 随着跟踪深度的增加, 光线传播时, 光线与三锥体的碰撞次数增加, 从而形成更多的光线跟踪轨迹。



图 7 不同跟踪深度  $D$  的光线跟踪结果

图 8 显示, 光线跟踪过程中会产生多条折射光线与反射光线。通过折射、反射产生的光线可能会再次与三锥体表面发生碰撞, 从而继续产生折射光线与反射光线, 实线为传播的光线, 虚线为存储的光线。软件在跟踪结束后, 存储光线数为 0, 所以跟踪结束时, 虚线不在图中显示, 正如图 8(b) 所示。

### 2.4 三锥体折射率 $N$ 的影响

$u=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ , 不同折射率  $N$  对光线跟踪的影响结果见图 9。

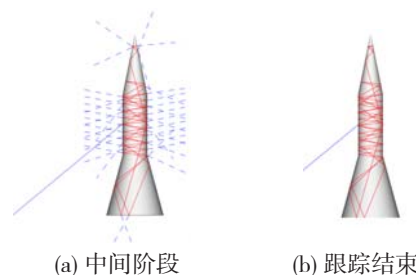


图 8 跟踪深度  $D$  为 50 的光线跟踪仿真

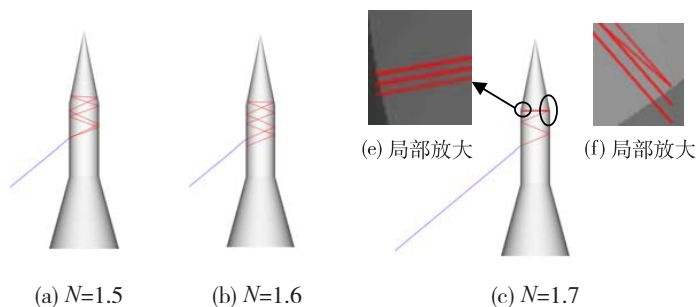


图 9 不同折射率  $N$  的光线跟踪结果

从图 9 可知: 在空间折射率不变的情况下, 三锥体的折射率发生变化, 光线跟踪结果不同, 随着折射率的增加, 折射角逐渐减小。图 9(a)、(b) 和 (d) 显示的碰撞次数为 9, 图 9(c) 中由于光线传播过程中, 几条光线几乎重合, 所以碰撞次数看起来不是 9, 把几乎重合的光线和三锥体碰撞处放大, 如图 9(e) 和 (f) 所示, 这 2 处有 6 次碰撞, 加上前面的 3 次, 碰撞次数也是 9, 进一步说明本文的三锥体光线跟踪程序能模拟出光线在三锥体内部和外部的传播过程。

### 2.5 三锥体的几何参数的影响

### 2.5.1 $h_0$ 的影响

$u=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ , 不同圆台高度  $h_0$  对光线跟踪结果如图 10 所示。由图 10 可知: 三锥体圆台的高  $h_0$  不同, 在同一入射光线下会形成不同的折射和反射, 存在不同的光线跟踪结果。从图 10 中可以清晰地看出, 光线碰撞次数都是 9。

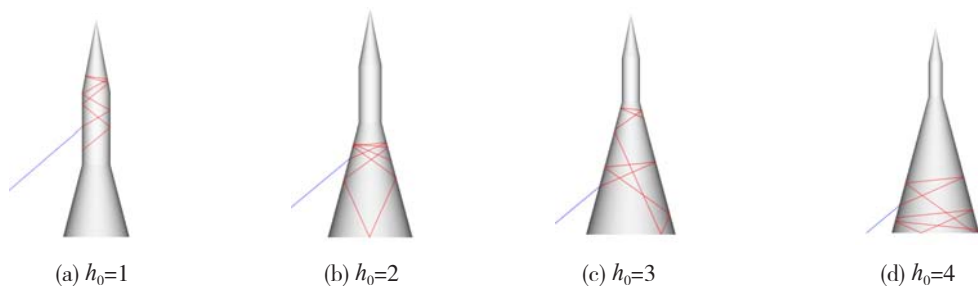


图 10 不同  $h_0$  的光线跟踪结果

### 2.5.2 $\alpha$ 的影响

$u=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $h_1=1$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ , 不同  $\alpha$  的光线跟踪结果见图 11。

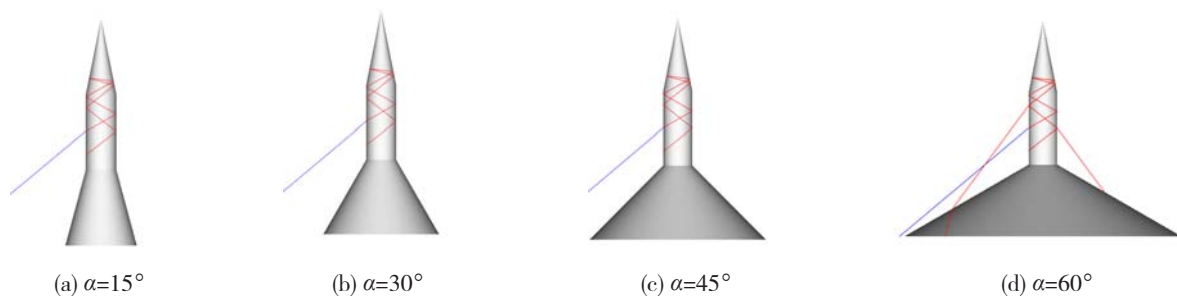


图 11 不同  $\alpha$  的光线跟踪结果

由图 11 可知: 三锥体圆台半锥角  $\alpha$  不同, 随着  $\alpha$  的增大, 三锥体圆台底面的面积增大;  $D=9$  时, 图 11(a)、(b) 和 (c) 的光线跟踪结果相同, 这三种情况, 光线在三锥体内部传播时, 折射光线从三锥体表面远离三锥体, 没有与三锥体相交。当  $\alpha$  增大到一定程度时, 图 11(d) 中有 2 条折射光线与圆台相交, 折射光线的碰撞次数要把产生它的光线的碰撞次数也要加进来, 这样其中一条与圆台侧面相交, 其产生的折射光线继续跟踪一次, 跟踪结束; 而另外一条只是与圆台相交, 跟踪就结束了。

### 2.5.3 $h_1$ 的影响

$u=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $r=0.2$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ , 不同  $h_1$  的光线跟踪结果如图 12 所示。从图 12 可见: 改变  $h_1$ , 光线跟踪的结果可能会发生变化。图 12 中的光线跟踪结果的碰撞次数都是 9, 这是因为跟踪深度设置为 9, 从图中可以清晰地看出光线碰撞次数是 9。

### 2.5.4 $h_2$ 的影响

$u=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $r=0.2$ 、 $h_1=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ , 不同  $h_2$  的光线跟踪结果如图 13 所示。从图 13 可知: 改变圆锥高度  $h_2$ , 因圆柱半径相同, 改变圆锥高度时, 不但圆锥高度发生变化, 圆锥的半锥角也发生变化, 光线跟踪的结果会发生变化。图 13 中设置的跟踪深度是 9, 由于光线传播过程中, 光线存在几乎重合的现象, 所以碰撞次数看起来不是 9, 把几乎重合的光线和三锥体碰撞处放大, 如图 13(c) 和 (d) 所示, 这样可以清晰看出碰撞次数是 9。

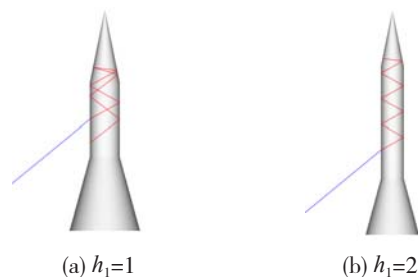


图 12 不同  $h_1$  的光线跟踪结果

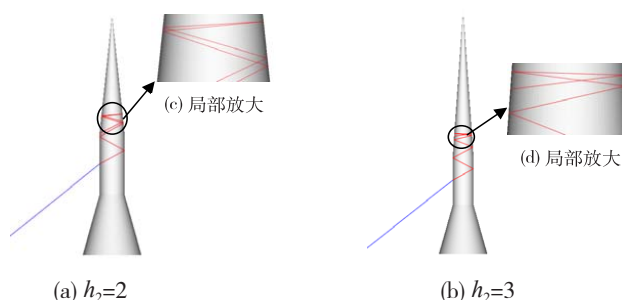


图 13 不同  $h_2$  的光线跟踪结果

### 2.5.5 $r$ 的影响

$u=(0,-2,0)$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $\varphi=90^\circ$ 、 $h_0=1$ 、 $\alpha=15^\circ$ 、 $h_1=1$ 、 $h_2=1$ 、 $D=9$ 、 $N=1.3$ , 不同  $r$  的光线跟踪结果见图 14。

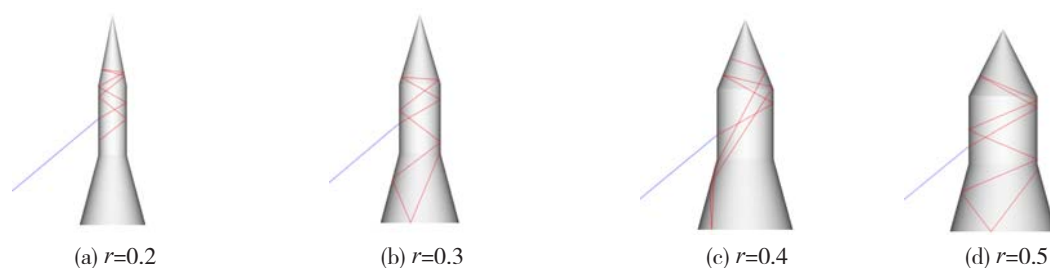


图 14 不同  $r$  的光线跟踪结果

由图 14 可知: 当圆柱半径  $r$  分别取 0.2、0.3、0.4、0.5 时, 三锥体的体积会逐渐增大, 这将导致光线与三锥体表面的碰撞交点不一样, 得到的光线跟踪效果也会不一样, 碰撞次数都是 9。

## 3 结论

本文分析了入射光线、跟踪深度、三锥体折射率、三锥体几何参数对光线跟踪结果的影响。本文的光线跟踪算法能正确地实现光线与三锥体是否相交的判断, 能正确模拟光线在三锥体内部、外部的传播过程。随着光线跟踪深度的增加, 光线在三锥体内部和外部的传播光线段的条数也增加。入射光线、三锥体折射率、三锥体几何参数发生变化, 光线跟踪结果会发生变化。因此, 本文设计的三锥体光线跟踪算法能够模拟不同参数下三锥体的光线跟踪结果, 设计的三锥体光线跟踪算法是正确的。

## 参考文献

- [1] YANG P, LIOU K N. Geometric-optics-integral-equation method for light scattering by nonspherical ice crystals[J]. Applied Optics, 1996,35(33): 6568-6584.
- [2] ZHANG Z, YANG P, KATTAWAR G W, et al. Geometrical-optics solution to light scattering by droxtal ice crystals[J]. Applied Optics, 2004,43(12):2490-2499.
- [3] Gong Y J, Wu Z S, Yu W Y. Optical Properties of Ellipsoidal Particles in the Geometrical Optics Approximation[C]. IEEE Conference Proceedings. 2007 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology, 2007:1-3.
- [4] EZELL J D, HODGES L F. Some preliminary results on using spatial locality to speed up ray tracing of stereoscopic images[C]. Proceedings of SPIE,1990,1256(1):298-306.
- [5] ADELSON S J, HODGES L F. Stereoscopic ray tracing[J]. The Visual Computer,1993, 10(3):127-144.
- [6] IP H H S, LAW K C K, FUNG G K P. Epipolar plane space subdivision method in stereoscopic ray tracing[J]. The Visual Computer, 1997,13(8):247-264.
- [7] 孙敏远, 袁园, 毕勇, 等. 基于 OptiX 光线跟踪引擎的光线跟踪全息图生成算法[J]. 激光与光电子学进展, 2020,57(24):43-49.
- [8] 曾晗琦. 基于光线跟踪的密集视点图像生成和摩尔纹仿真算法研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2020.
- [9] 戴文聪. 基于光线跟踪的飞行器尾焰图像仿真方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.
- [10] 郑义, 谢永华, 姬瑜, 等. 基于八叉树邻域分析光线跟踪的云三维模拟[J]. 计算机工程与设计, 2020,41(5):1489-1493.